

Релаксационные процедуры в задаче идентификации

В. И. Салыга, О. Г. Руденко

Выбор модели в задаче идентификации обуславливается не только априорными знаниями о структуре исследуемого объекта, режимах его функционирования, но и требуемой степенью точности, соответствием модели реальному объекту и сложностью ее реализации. Использование же в реальных системах гипотетических моделей лишает их гибкости и универсальности, так как сложные системы требуют быстродействующих вычислительных машин с большой емкостью блока памяти.

В данной работе рассматривается решение задачи идентификации статических и динамических объектов в режиме их нормального функционирования. В общем виде многомерные объекты можно описать уравнениями:

а) статический объект

$$Y_n = \sum_{i=1}^N C_i X_{in} + \xi_n, \quad (1)$$

б) динамический объект

$$Y_n = \sum_{i=1}^N C_i A_i(X_{in}) + \xi_n, \quad (2)$$

где $Y_n, X_{in} (i=1, \overline{N})$ — наблюдаемые выходная и входные переменные, соответственно;

$A_i (i=1, \overline{N})$ — известные операторы преобразования входных переменных;

ξ_n — неконтролируемая помеха измерения выходной координаты;

$C_i (i=1, \overline{N})$ — компоненты неизвестного вектора параметров;

$n=0, 1, \dots$ — дискретное время.

В случае описания исследуемых объектов уравнениями (1), (2) задача идентификации сводится к оцениванию неизвестного вектора параметров C .

Для стационарных объектов задача оценивания вектора неизвестных параметров по конечному числу наблюдений $M (M \geq N)$ входных и выходных переменных эквивалентна решению системы линейных алгебраических уравнений

$$RC = F. \quad (3)$$

Большинство итерационных алгоритмов решения этой системы тесно связано с рекуррентной формой метода наименьших квадратов [1]. Для практической реализации этих алгоритмов требуется довольно большой объем вычислений, вызванный необходимостью учета всей предыдущей информации.

Существуют, однако, итерационные алгоритмы оценивания, которые позволяют учитывать не всю предыдущую информацию, а лишь часть ее или же только вновь поступающую. В этом случае задача оценивания неизвестного вектора параметров C сводится к задаче минимизации некоторого функционала $J(C)$.

Близость C к решению C^* в том или ином смысле характеризует некоторая вещественная функция $\varepsilon(C)$. В конкретных задачах $\varepsilon(C)$ можно выбирать различными способами, например, близость C к C^* может быть измерена ошибкой (абсолютной погрешностью) $\|C - C^*\|$, невязкой $\|J'(C)\|$ или J -невязкой

$$\varepsilon(C) = J(C) - J^*,$$

где J^* -минимальное значение функционала, соответствующее C^* .

Далее строится релаксационная последовательность $\{C_n\}$, обеспечивающая выполнение условия

$$J(C_0) \cong J(C_1) \cong J(C_2) \cong \dots \quad (4)$$

или

$$\varepsilon_0 \cong \varepsilon_1 \cong \varepsilon_2 \cong \dots,$$

где

$$\varepsilon_n = J(C_n) - J^*.$$

Построение такой последовательности можно осуществить по методике, предложенной в [2] и основанной на понятии расстояния между двумя последовательными оценками C_n и C_{n+1} . В нашем случае алгоритм оценки параметров будет иметь вид

$$C_{n+1} = C_n - \frac{J(C_n) - J^*}{\|J'(C_n)\|^2} J'(C_n), \quad (5)$$

где

$$J'(C_n) = \left(\frac{\partial J(C)}{\partial C_1}, \frac{\partial J(C)}{\partial C_2}, \dots, \frac{\partial J(C)}{\partial C_N} \right), \quad \|J'(C_n)\| < \infty.$$

Алгоритм (5), напоминающий алгоритм Качмажа, достаточно быстро сходится при отсутствии помех.

Релаксационный эффект шага (C_n, C_{n+1}) зависит не только от направления, но и от относительной глубины смещения внутрь поверхности уровня, определяемой множителем релаксации p ($0 < p < 2$). С учетом этого, алгоритм (5) несколько видоизменяется

$$C_{n+1} = C_n - p \frac{J(C_n) - J^*}{\|J'(C_n)\|^2} J'(C_n). \quad (6)$$

Сходимость этих алгоритмов следует из того, что величина разности между последующими оценками искомых коэффициентов и оптимальными значениями этих коэффициентов монотонно убывает.

Следует отметить, однако, что алгоритм (6), в отличие от остальных градиентных методов не является релаксационным, т. е. последовательность

$J(C_n)$ не обязательно монотонно убывает. Основным же преимуществом (6) является его чрезвычайная универсальность: он сходится практически для любых выпуклых функционалов, без всяких предположений о их гладкости [3].

Алгоритм (6) является частным случаем более общего s -шагового итерационного процесса, использующего для построения очередной итерации s -пре-

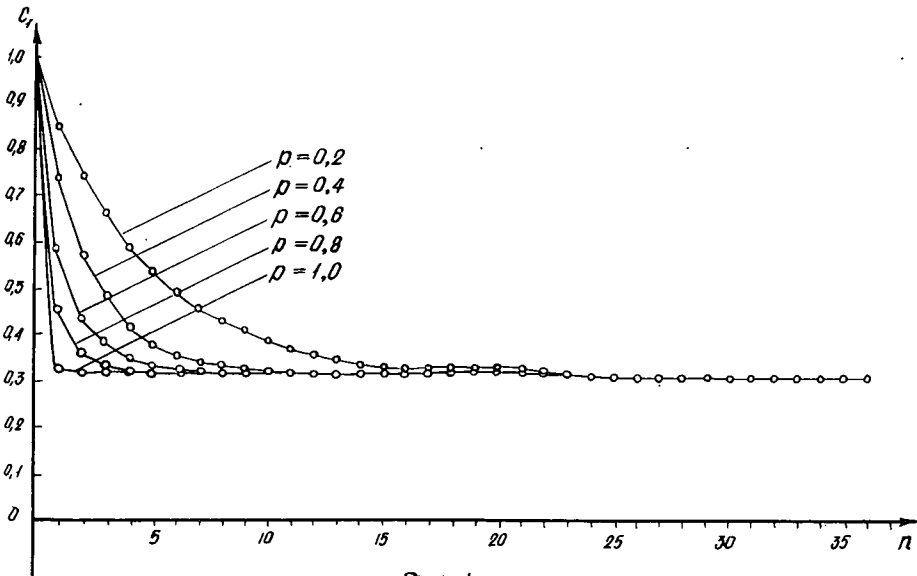


Рис. 1

дыдущих. Эти s -шаговые алгоритмы аналогичны алгоритмам групповой релаксации, применяемым в линейной алгебре [4]. В общем виде s -шаговый процесс можно записать

$$C_{n+1} = C_n - (J(C_n) - J^*) J'_s(C_n) (\|J'_s(C_n)\|^2)^{-1} e, \quad (7)$$

где

$$J'_s(C_n) = (J'(C_n), J'(C_{n-1}), \dots, J'(C_{n-s}))$$

— матрица размерности $N \times s$, $e = (1, 0, \dots, 0)$ — вектор $1 \times s$.

Для примера построим двухшаговый алгоритм идентификации, что соответствует $s=2$. Матрица $J'_2 = \|J'_2(C_n)\|^2$ имеет вид

$$J'_2 = \begin{pmatrix} \|J'(C_n)\|^2 & (J'(C_{n-1}), J'(C_n)) \\ (J'(C_n), J'(C_{n-1})) & \|J'(C_{n-1})\|^2 \end{pmatrix}.$$

Обратная ей вычисляется следующим образом [5]:

$$|J'_2|^{-1} = |i_{2km}^{(-1)}|_{k,m=1,2} = \frac{J'_{2km}}{\Delta},$$

где J'_{2km} — алгебраическое дополнение элемента i_{2km} в определителе Δ ($k, m = 1, 2$).

В нашем случае Δ является определителем Грама, т. е.

$$\Delta = \Gamma(J'_2(C_n), J'_2(C_n)) = \|J'(C_n)\|^2 \|J'(C_{n-1})\|^2 - (J'(C_n), J'(C_{n-1}))^2,$$

а $|J'_2|^{-1}$ имеет вид

$$|J'_2|^{-1} = \Gamma^{-1}(J'_2(C_n), J'_2(C_n)) \begin{vmatrix} \|J'(C_{n-1})\|^2 & -(J'(C_n), J'(C_{n-1})) \\ -(J'(C_{n-1}), J'(C_n)) & \|J'(C_n)\|^2 \end{vmatrix}.$$

Подставив выражение для матрицы $|J'_2|^{-1}$ в (7) и произведя умножение, окончательно получим

$$C_{n+1} = C_n - \alpha_n J'(C_n) - \beta_n J'(C_{n-1}), \quad (8)$$

где

$$\alpha_n = \frac{(J(C_n) - J^*) \|J'(C_{n-1})\|^2}{\|J'(C_n)\|^2 \|J'(C_{n-1})\|^2 - (J'(C_n), J'(C_{n-1}))^2},$$

$$\beta_n = -\frac{(J(C_n) - J^*) (J'(C_n), J'(C_{n-1}))}{\|J'(C_n)\|^2 \|J'(C_{n-1})\|^2 - (J'(C_n), J'(C_{n-1}))^2}.$$

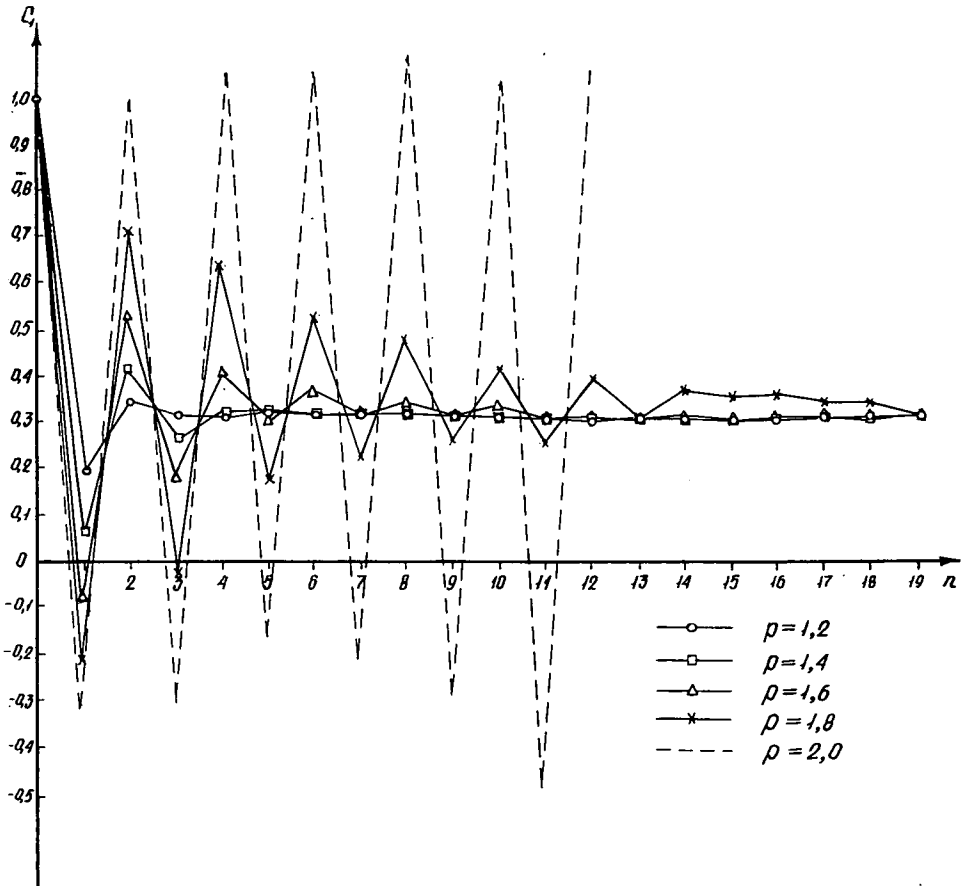


Рис. 2

Если же выполняется условие $(J'(C_n), J'(C_{n-1})) \cong 0$, то следует взять

$$\alpha_n = \frac{J(C_n) - J^*}{\|J'(C_n)\|^2}, \quad \beta_n = 0.$$

При этом сходимость процесса оказывается более быстрой по сравнению со сходимостью соответствующего одношагового алгоритма (5), (6).

Для выявления характера функционирования и сравнительного анализа алгоритмов, а также для практической проверки полученных результатов и создания рабочих программ идентификации линейных объектов было проведено экспериментальное исследование полученных алгоритмов на ЦВМ. Исследовался процесс идентификации параметров многомерного линейного объекта обогатительной технологии [6].

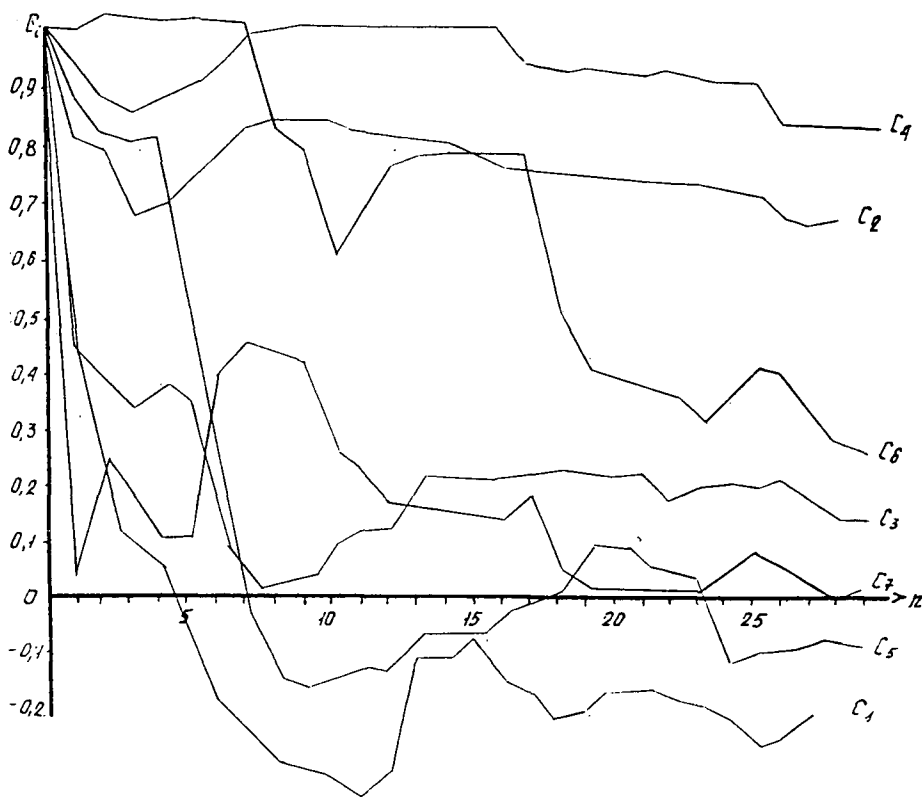


Рис. 3

Опыт исследования флотации углей показывает, что наиболее существенное влияние на эффективность процесса разделения исходного шлама на концентраты и отходы оказывают следующие переменные (входные переменные): расход пульпы Q_n , плотность пульпы δ , зольность исходного шлама A_n^z ,

ситовый состав C , фракционный состав φ , количество реагента-вспенивателя Q_{pb} и реагента-собиравателя Q_{pc} .

Выбор выходных координат модели обусловлен критерием эффективности процесса, который сформулирован на данном этапе как минимизация потерь угля в отходах при постоянном качестве концентрата. Таким образом, рассматривались две выходные переменные: зольность концентрата A_k^c и зольность хвостов A_u^c .

Рассмотренные входные и выходные переменные являются стационарными случайными процессами, и текущая информация может быть получена, в основном, путем пассивного эксперимента в режиме нормального функционирования объекта.

Исследования, проведенные в области флото процесса, позволяют сделать вывод, что операторы связи квазистационарны и в пределах рабочего диапазона изменения переменных близки к линейным.

На рис. 1—3 приведены результаты идентификации флото процесса по семи каналам управления. Графики (рис. 1, 2) показывают настройку коэффициента модели по координате A_k^c с использованием алгоритма (6) для разных значений величины p . Рис. 1 соответствует процессам нижней $0 < p < 1$ и полной релаксации $p=1$. На рис. 2 показана настройка коэффициентов модели при значениях $1 < p < 2$, что соответствует процессам верхней релаксации. Из графиков видно, что настройка коэффициентов при нижней релаксации протекает более плавно и монотонно, при верхней — настройка носит колебательный характер, и чем большее значение принимает в интервале (1, 2), тем резче выражен колебательный характер настройки. Выбор $p=2$ приводит к тому, что процесс не сходится. На рис. 3 представлены кривые настройки остальных параметров при $p=1$.

Проведенные исследования были использованы при синтезе модели промышленного флотационного процесса; алгоритмы идентификации входят в состав внешнего математического обеспечения ЭВМ в создаваемой автоматизированной системе управления обогатительными фабриками.

Relaxation methods in the identification problem

By V. I. SALYGA, O. G. RUDENKO

Summary

The identification of static and dynamic systems in normal functioning is considered. Here identification means the estimation of an unknown vector C of parameters. To simplify the computing process the use of relaxation algorithms of identification is proposed. This allows us to consider merely a part of the preceding information or the last one, not all of it. In this case estimating the vector C is equivalent to the minimization of a certain functional $J(C)$.

In the paper identification algorithms of 5 steps are discussed and results of their experimental examination by computer are presented.

Литература

- [1] Ли, Р., Оптимальные оценки, определение характеристик и управление, *Наука*, 1966.
- [2] Аведьян, Э. Д., Релаксационные алгоритмы идентификации линейных объектов, *Автореф. канд. дисс.*, 1972.
- [3] Поляк, Б. Т., Минимизация негладких функционалов, *Журнал вычислительной математики и мат. физики*, 9, № 3, 1969.
- [4] Фаддеев, Д. К. & В. Н. Фаддеева, Вычислительные методы линейной алгебры, ГИФМЛ, 1963.
- [5] Гантмахер, Ф. Р., Теория матриц, *Наука*, 1967.
- [6] Салыга, В. И., Автоматическое управление и построение моделей технологических процессов на обогатительных фабриках, 1972.

(Поступило 18-ого 1973 г.)